

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2015 / 16 – 2º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. (5 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Alguns cubos que não são pequenos são grandes.

$$\exists x \text{ (Cube}(x) \wedge \neg \text{Small}(x) \wedge \text{Large}(x) \text{)}$$

b) Os objectos grandes são tetraedros a menos que estejam à direita do objecto c, que é um cubo.

$$\text{Cube}(c) \wedge \forall x \text{ ((Large}(x) \wedge \neg \text{RightOf}(x,c)) \rightarrow \text{Tet}(x) \text{)}$$

c) Existem outros blocos para além do tetraedro a que têm o mesmo tamanho que o a.

$$\text{Tet}(a) \wedge \exists x \text{ (} x \neq a \wedge \text{SameSize}(x,a) \text{)}$$

d) Não há cubos à esquerda do bloco d.

$$\forall x \text{ (Cube}(x) \rightarrow \neg \text{LeftOf}(x,d) \text{)}$$

e) Todos os blocos são cubos pequenos ou tetraedros grandes.

$$\forall x \text{ ((Cube}(x) \wedge \text{Small}(x) \text{) } \vee \text{ (Tet}(x) \wedge \text{Large}(x) \text{)) }$$

f) Todos os cubos são grandes e todos os blocos que são grandes são cubos.

$$\forall x \text{ (Cube}(x) \leftrightarrow \text{Large}(x) \text{)}$$

g) Não há tetraedro que não esteja à frente do bloco b.

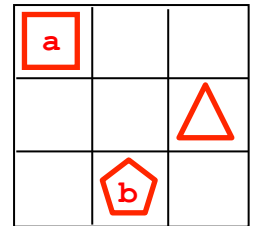
$$\neg \exists x \text{ (Tet}(x) \wedge \neg \text{FrontOf}(x,b) \text{) ; ou } \forall x \text{ (Tet}(x) \rightarrow \text{FrontOf}(x,b) \text{)}$$

h) O bloco a é maior que todos os cubos que não estão na sua coluna (de a).

$$\forall x \text{ ((Cube}(x) \wedge \neg \text{SameCol}(x,a) \text{) } \rightarrow \text{Larger}(a,x) \text{)}$$

2. (3.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\text{Cube}(a) \wedge \exists x (\text{RightOf}(x, a) \wedge \neg \text{Dodec}(x))$
2. $\forall x (x \neq a \rightarrow \text{FrontOf}(x, a))$
3. $\exists x (\neg \text{SameShape}(x, a) \wedge \neg \text{SameShape}(x, b))$
4. $\exists x \text{LeftOf}(x, b) \wedge \neg \forall y \neg \text{RightOf}(y, b)$
5. $\forall x (x = b \vee \text{BackOf}(x, b)) \wedge \text{Dodec}(b)$



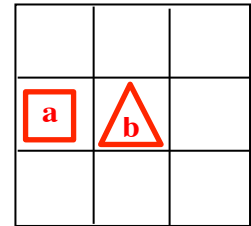
3. (5.0 val) Complete a demonstração abaixo indicada, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

1	$A \rightarrow (B \vee C)$	
2	$\neg B \vee D$	
3	$A \wedge \neg D$	
4	A	Elim $\wedge$: 3
5	$B \vee C$	Elim $\rightarrow$: 1, 4
6	B	
7	$\neg B$	
8	$\perp$	Intr $\perp$: 6, 7
9	C	Elim $\perp$: 8
10	D	Elim $\vee$: 5, 6 - 7, 8 - 9
11	$\neg D$	Elim $\wedge$: 3
12	$\perp$	Intr $\perp$: 10, 11
13	C	Elim $\perp$: 12
14	C	Elim $\vee$: 2, 7 - 9, 10 - 13
15	C	
16	C	Reit : 15
17	C	Elim $\vee$: 5, 6 - 14, 15 - 16
18	$(A \wedge \neg D) \rightarrow C$	Intr $\rightarrow$: 3 - 17

4. (2.5 val) Considere o seguinte argumento e sua demonstração (usando a linguagem de Tarski).

- a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas.

1.	$\text{Cube}(a) \rightarrow \text{Tet}(b)$	
2.	$\neg \text{Tet}(b) \vee \text{SameRow}(a,b)$	
3.	$\neg \text{Tet}(b)$	
4.	$\text{Cube}(a)$	
5.	$\text{Tet}(b)$	Elim $\rightarrow$: 1, 4
6.	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 5
7.	$\neg \text{Cube}(a)$	Elim $\perp$: 6
8.	$\text{SameRow}(a,b)$	
9.	$\perp$	Reit : 6
10.	$\neg \text{Cube}(a)$	Elim $\perp$: 9
11.	$\neg \text{Cube}(a)$	Elim $\vee$: 2, 3-7, 8-10



No passo (7), a fórmula $\neg \text{Cube}(a)$ está correctamente derivada, mas a sua justificação está errada. Não se trata da Eliminação da $\perp$ da linha (6), que deveria ocorrer no mesmo contexto dessa linha, mas sim da Introdução da negação da fórmula (4) que levou à contradição.

Mas o maior erro, e que invalida a conclusão, consiste na Reiteração da fórmula da linha (6) na linha (9), já que no contexto em que ocorre a linha (6) não é visível.

- b) Indique no tabuleiro ao lado da demonstração, um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (4.0 val) Mostre que o argumento abaixo é válido, apresentando a respectiva demonstração.

1	$A \rightarrow \neg(B \vee C)$	
2	$\neg B \rightarrow C$	
3	$A \vee C$	
4	A	
5	$\neg(B \vee C)$	Elim $\rightarrow$: 1, 4
6	B	
7	$B \vee C$	Intr $\vee$: 6
8	$\perp$	Intr $\perp$: 5, 7
9	$\neg B$	Intr $\neg$: 6 - 8
10	C	Elim $\rightarrow$: 2, 9
11	C	
12	C	Reit : 11
13	C	Elim $\vee$: 3, 4 - 10, 11 - 12